

Направления подготовки:	Авионика Аэронавигация Системная инженерия
Дисциплина:	Бортовые системы управления
Курс, семестр, уч. год:	3, весенний, 2011/2012
Кафедра:	301 – СУЛА
Руководитель обучения:	ассистент Копысов Олег Эдуардович

ЛЕКЦИЯ № 23

ТЕМА: БЕСПЛАТФОРМЕННЫЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ (БИНС)

Принцип работы и основные унифицированные схемы БИНС

Отметим преимущества БИНС:

✓ высокая информативность и универсальность, то есть при помощи ИНС определяется вся совокупность пилотажно-навигационных параметров, необходимых для управления ЛА;

✓ полная автономность функционирования;

✓ высокая помехозащищенность;

✓ возможность высокоскоростной выдачи информации (до 100Гц и выше).

Кроме того, по отношению к платформенным ИНС БИНС имеет следующие потенциальные преимущества:

✓ меньшие размеры, массу и энергоемкость;

✓ повышенную надежность из-за отсутствия сложной механики;

✓ отсутствие ограничений по углам разворота;

✓ сокращение времени начальной выставки;

✓ универсальность системы, поскольку переход к определению тех или иных параметров навигации осуществляется алгоритмически;

✓ упрощение решения задач резервирования и контроля работоспособности системы и ее элементов.

В основе принципа функционирования ИНС лежит использование законов Ньютона для определения координат, проекции скорости и угловой ориентации объекта.

Лекция № 23. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы.

Согласно 2-му закону Ньютона, вектор абсолютного ускорения центра масс материального тела может быть выражен через вектор равнодействующих всех приложенных к телу сил \mathbf{F} и массу этого тела m :

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}. \quad (23.1)$$

Представим силу \mathbf{F} в виде 2-х составляющих: $\mathbf{F}_{акт}$ – негравитационных или активных (сил тяги, аэродинамических, управляющих), \mathbf{G} – сил гравитационного воздействия.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{акт} + \mathbf{G}}{m}. \quad (23.2)$$

Отношение

$$\frac{\mathbf{F}_{акт}}{m} = \mathbf{n}$$

определяет кажущееся ускорение, а отношение

$$\frac{\mathbf{G}}{m} = \mathbf{g}_{zp}$$

определяет гравитационное ускорение и зависит от геопотенциала в данной точке, величина которого является функцией геоцентрического радиус-вектора местоположения.

Абсолютное ускорение объекта выражается через вторую производную геоцентрического радиус-вектора местоположения \mathbf{R} :

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2}. \quad (23.3)$$

Подставим (23.3) в (23.2), получим основное уравнение инерциальной навигации:

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{n} + \mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R}). \quad (23.4)$$

Здесь вектор кажущегося ускорения \mathbf{n} может быть измерен тремя ортогонально расположенными акселерометрами, гравитационное ускорение $\mathbf{g}_{zp}(\mathbf{R})$ задается в виде известной функции от радиуса-вектора \mathbf{R} для конкретной модели фигуры Земли.

Лекция № 23. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы.

ли. Представим уравнение (23.4) в форме Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = n + g_{zp}(R); \end{array} \right. \quad (23.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = V, \end{array} \right. \quad (23.6)$$

где V – вектор абсолютной скорости движение ЛА.

Если система координат вращается с угловой скоростью Ω , то

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dt} + \Omega \times V; \\ \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{dt} + \Omega \times R, \end{array} \right. \quad (23.7)$$

где $\frac{dV}{dt}$ и $\frac{dR}{dt}$ - локальные производные от векторов R и V , взятые в базе,

вращающемся с угловой скоростью Ω .

После подстановки (23.7) в (23.5) и (23.6), получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = -\Omega \times V + n + g_{zp}(R), \\ \frac{dR}{dt} = -\Omega \times R + V. \end{array} \right. \quad (23.8)$$

Если определить не вектор абсолютной скорости движения ЛА V , а вектор относительной скорости U , то основное уравнение навигации представим в виде:

$$U = V - \Omega \times R, \quad (23.9)$$

где Ω – вектор угловой скорости вращения Земли, модуль которого $\Omega = 15,0407$ град/час $= 7,292116 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$;

U – вектор, определяющий скорость движения относительно Земли;

V – вектор абсолютной скорости движения ЛА;

R – вектор положения объекта (геоцентрический радиус-вектор местоположения ЛА).

Подставляя (23.9) в (23.5) и (23.6), запишем основное уравнение инерциальной навигации в форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -uxU + n + g; \\ \frac{dR}{dt} = uxR + U, \end{cases} \quad (23.10)$$

где $g = g_{zp}(R) - ux(uxR)$ – вектор градиента поля силы тяжести, (при выводе было принято $\frac{dU}{dt} = 0$, так как вектор угловой скорости вращения Земли известен с высокой точностью).

Система (23.10) позволяет определить местоположение и относительную скорость в инерциальной системе координат. Для получения этой информации во вращающемся базисе необходимо воспользоваться соотношениями (23.7). При этом

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dU}{dt} + \Omega xU, \quad (23.11)$$

где $\frac{dU}{dt}$ – локальная производная от вектора U , взятом в базисе, вращающемся с угловой скоростью Ω .

Учитывая выражения (23.7) и (23.11), основное уравнение инерциальной навигации можно записать в форме, обеспечивающей вычисление относительно скорости U и местоположения R в системе координат, вращающейся с угловой скоростью Ω :

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} = -(\Omega + u)xU + n + g; \\ \frac{dR}{dt} = (u - \Omega)xR + U. \end{cases} \quad (23.12)$$

Векторные системы уравнений (23.5), (23.6), (23.8), (23.10), (23.12) могут служить основой для синтеза функциональных алгоритмов БИНС различного назначения. Та или иная векторная форма выбирается для получения скалярного эквивалента функциональных алгоритмов, служащего для разработки численных алгоритмов БИНС. Скалярный вид основного уравнения ИНС определяется навигационным базисом, то есть базисом, в котором определяется основные навигационные пара-

метры – координаты и проекции скоростей, а также типом ЛА.

Для КЛА, совершающего орбитальное движение, используется решение в инерциальной системе координат уравнений (23.5), (23.6). При этом позиционную информацию для БИНС ЛА, движущихся в атмосфере, в том числе БПЛА, наиболее часто используется система координат с базовой плоскостью местного горизонта и определенной ориентацией осей в азимуте. Под ориентацией осей в азимуте понимается возможность их ориентации либо по сторонам света, когда две горизонтальные оси направлены в восточном и северном направлении, либо свободная или полусвободная ориентация, когда горизонтальные оси, первоначально выставленные в определенном направлении, в дальнейшем вращаются с определенной угловой скоростью ($\Omega = \theta$ в первом случае и $\Omega = u \sin \varphi$ во втором случае). При этом позиционную информацию определяют широтой, долготой и высотой, измеренной на эллипсоиде Красовского СК-42 или на эллипсоиде международной системы WGS-84 (World Geodetic System 84), скорость определяют на восточную, северную, и вертикальные оси, если в качестве навигационной системы выбрана система с ориентацией осей по сторонам света, или проекциями на оси горизонтального базиса с иной ориентацией. Ориентация при этом определяется углами крена, тангажа и истинного курса.

Обобщенные функциональные схемы БИНС приведены на рис. 23.1 и 23.2.

Условные обозначения, принятые на рис. 23.1, 23.2:

БА – блок акселерометров;

АО – алгоритм ориентации;

БГ – блок гироскопов;

НА – навигационный алгоритм;

БП – блок пересчетов;

C – матрица направляющих косинусов

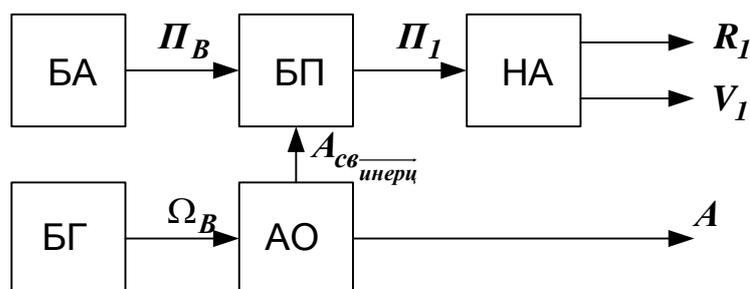


Рисунок 23.1 – Обобщенная блок-схема БИНС, работающая в инерциальной системе координат

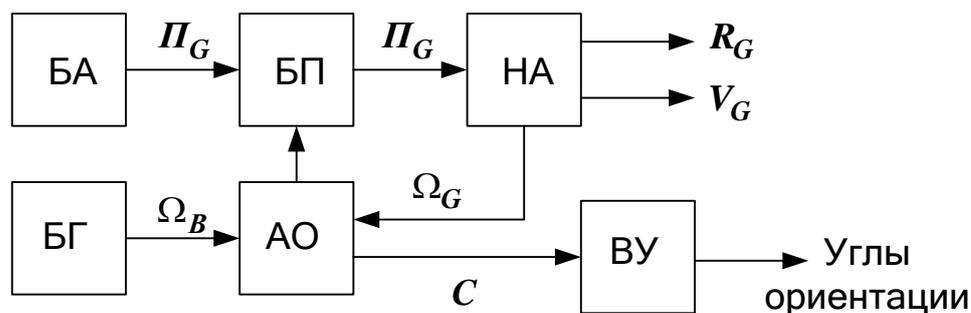


Рисунок 23.2 – Обобщенная блок-схема БИНС, работающая во вращающейся системе координат

На рис. 23.1 информация с блока гироскопов (БГ) в виде проекций угловой скорости Ω_B на связанные с ЛА оси используется, а в алгоритме ориентации (АО) для формирования матрицы A направляющих косинусов между связанными с инерциальными осями ($A_{св\text{инерци}}$). Данные с блока акселерометра (БА) в виде проекций вектора кажущегося ускорения Π_B на связанные с ЛА в блоке пересчета (БП) пересчитываются к инерциональным осям с использованием полученной матрицы ориентации. Вычисленные проекции кажущегося ускорения на инерциальные оси (вектор Π_I) передаются в блок решения навигационного алгоритма (НА), векторная форма которого задана системой (23.5) и (23.6). Выходные параметры БИНС в этом случае представляются инерциальными декартовыми координатами радиус-вектора местоположения $R_I = [X_I, Y_I, Z_I]^T$, проекциями абсолютной скорости движения $V_I = [V_{X_I}, V_{Y_I}, V_{Z_I}]^T$, а также матрицей ориентации ЛА в выбранной инерциальной системе координат A . Естественно, что при необходимости из матрицы ориентации A могут быть получены углы ориентации ЛА относительно осей инерциальной системы координат.

Вторая типовая схема построения БИНС (рис.23.2) реализует алгоритм системы, работающей во вращающейся (наиболее часто – горизонтальной) системе координат.

Здесь информация с БГ в виде проекции угловой скорости Ω_B на связанные с ЛА оси используется в АО, матрица направляющих косинусов C здесь между свя-

занными с ЛА осями и осями, которые вращаются с угловой скоростью Ω_G . Это приводит к модификации алгоритма ориентации и необходимость реализации в НА проекций вектора Ω_G . Проекция вектора кажущегося ускорения Π_B на связанные с ЛА оси передаются в БП для приведения их к навигационным осям с помощью матрицы C . Вычисленные проекции вектора Π_G передаются в блок решения НА, векторная форма которого задается (23.8) или (23.12) в зависимости от вида определенной скорости. На выходе БИНС формируется:

- ✓ радиус-вектор местоположения ЛА - R_G ;
- ✓ вектор скорости $V_G = [V_{XG}, V_{YG}, V_{ZG}]^T$;
- ✓ углы ориентации.

Если в качестве навигационного базиса выбран горизонтальный, ориентированный по сторонам света трехгранник на выходе системе будут сформировать географические координаты:

- ✓ радиус-вектора местоположения $R_G = [\varphi, \lambda, h]$;
- ✓ проекции относительной скорости движения $U_G = [U_N, U_E, U_Z]$;
- ✓ углы ориентации в географической системе координат: истинный курс ψ , тангаж ϑ и крен γ .

Учитывая сказанное, рассмотрим вариант построения алгоритмов БИНС.

Первый алгоритм (рис. 23.2) соответствует БИНС, работающий с географической системой координат, то есть служит для определения:

- ✓ широты – φ ;
- ✓ долготы – λ ;
- ✓ высоты – h ;
- ✓ северной U_N , восточной U_E и вертикальной U_Z проекций относительной скорости;
- ✓ углы ориентации – ψ , ϑ и γ .

Такой алгоритм широко используется в БИНС авиационного применения, в том числе и для беспилотных ЛА.

Лекция № 23. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы.

Определим навигационный географический координатный трехгранник $OXYZ$ с ортами i_E, j_N и r , для которого O_Z (орт r) направляет по внешней нормали к поверхности эллипсоида Красовского, ось O_Y (орт j_N) – по меридиану на север, и ось O_X (орт i_E) на восток (рис. 23.3).

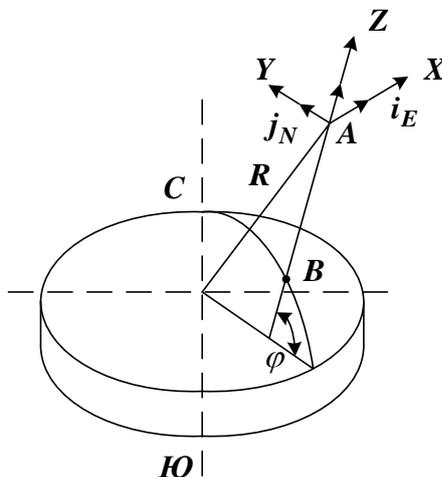


Рисунок 23.3 – Географический навигационный трехгранник

Ниже рассмотрим наиболее общий алгоритм БИНС, определяющей проекции относительной скорости на горизонтальные (северная и восточная проекции) и вертикальные оси, широту, долготу, высоту, углы крена γ , тангажа ϑ и истинного курса ψ .

Алгоритм БИНС укрупненно можно разделить на две взаимозависимые части:

- ✓ навигационный алгоритм, в котором определяются проекции скоростей и координаты;
- ✓ алгоритм определения параметров ориентации, который вычисляет матрицы ориентации чувствительных элементов в пространстве и углы ориентации ЛА в горизонтальной системе координат.

Представим в координатной форме векторы, входящие в (23.12) и запишем (23.12) в осях выбранного базиса i_E, j_N и r :

$$U = i_E U_E + j_N U_N + r U_Z; \quad n = i_E n_x + j_N n_y + r n_z \quad (23.13)$$

где n_x, n_y, n_z – проекции вектора n на оси базиса i_E, j_N, r , (n – ускорение, вызванное силами негравитационного происхождения, то есть активными силами).

Вектор абсолютной угловой скорости выбранного навигационного трехгранника Ω_G представляем в виде:

$$\Omega_G = \mathbf{u} + \dot{\varphi} + \dot{\lambda} \quad (23.14)$$

где $\dot{\varphi}, \dot{\lambda}$ – вектор скорости изменения координат φ, λ .

В координатной форме соотношение (23.14) имеет вид:

$$\Omega_G = -\mathbf{i}_E \dot{\varphi} + \mathbf{j}_N (\mathbf{u} + \dot{\lambda}) \cos \varphi + \mathbf{r} (\mathbf{u} + \dot{\lambda}) \sin \varphi. \quad (23.15)$$

Введем обозначения для относительных угловых скоростей и проекций угловой скорости вращения Земли:

$$\left. \begin{aligned} \omega_x = -\dot{\varphi}; \quad \omega_y = \dot{\lambda} \cos \varphi; \quad \omega_z = \dot{\lambda} \sin \varphi \\ U_Y = U \cos \varphi; \quad U_Z = U \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (23.16)$$

Тогда векторная сумма $\Omega + U$ в уравнении (23.12) может быть представлена как

$$\Omega + U = \mathbf{i}_E \omega_x + \mathbf{j}_N (\omega_y + 2U_Y) + \mathbf{r} (\omega_z + 2U_Z). \quad (23.17)$$

Ось Z выбранного базиса направлена по нормали, опущенной из точки места объекта A к поверхности земного эллипсоида, и пересекает эту поверхность в точке B . Определение ориентации этой оси связано с представлением модели фигуры Земли. В качестве такой модели в нашей стране используют двусный эллипсоид вращения с параметрами, полученными Ф. Н. Красовским. К основным параметрам относятся:

✓ большая полуось земного эллипсоида (радиус земного экватора)
 $a = 6378245 \text{ м}$;

✓ малая полуось земного эллипсоида $b = 6356863 \text{ м}$;

✓ квадрат эксцентриситета эллипсоида $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0,0066934216$.

Используя математическое описание этой модели, величины $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ можно выразить через линейные скорости движения точки A и радиусы кривизны нормальных сечений эллипсоида:

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + P}; \omega_z = \omega_y \tan \varphi, \quad (23.18)$$

где ρ_1 – радиус кривизны меридиального сечения эллипсоида (плоскость сечения определена векторами \mathbf{r} , \mathbf{j}_N);

ρ_2 – радиус кривизны сечения плоскостью, определяемой векторами \mathbf{r} и \mathbf{i}_E ;

h – высота полета над поверхностью Земли.

Величины ρ_1 и ρ_2 определяются таким образом:

$$\rho_1 = a(1 - e^2) \left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{-\frac{3}{2}}; \quad \rho_2 = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}}. \quad (23.19)$$

При направлении оси \mathbf{Z} по нормали к поверхности эллипсоида

$$\mathbf{h} = U_{\mathbf{Z}}. \quad (23.20)$$

Для скалярной записи (23.12) представим в координатной форме вектор \mathbf{g} :

$$\mathbf{g} = \mathbf{i}_E g_x + \mathbf{j}_N g_y + r g_z. \quad (23.21)$$

Поскольку точка (т. A) места ЛА не принадлежит поверхности Земли, то вектор градиента нормального поля силы тяжести в этой точке не будет направлен по линии нормали, опущенной на нее к поверхности земного эллипсоида (ось \mathbf{Z}). Однако этот вектор будет расположен в плоскости меридиана точке A , то есть в плоскости, определяемой векторами U , \mathbf{r} . Тогда (23.21) принимает вид:

$$\mathbf{g} = \mathbf{j}_N g_y + r g_z. \quad (23.22)$$

Выражение для проекций g_y, g_z получают на основе функции нормального поля тяготения земного сфероида:

$$\begin{aligned} g_{y_{zp}} &= \frac{1}{2} g_e \left[\frac{h}{a} (e^2 - 5q) + q e^2 \sin^2 \varphi \right] \sin 2\varphi \\ g_{z_{zp}} &= -g_e \left\{ 1 - 2 \frac{h}{a} - \left(e^2 + 2q - 3 \frac{h}{a} \right) \frac{h}{a} + \left[\frac{1}{2} (5q - e^2) - \frac{1}{8} e^4 + \frac{17}{8} q e^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (3e^2 - 5q) \frac{h}{a} \right] \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} q e^2 \sin^4 \varphi + \frac{1}{16} e^2 \left(\frac{1}{2} e^2 - 7q \right) \sin^2 2\varphi \right\}, \end{aligned} \quad (23.23)$$

$g_e = 9,78049 \text{ м} / \text{с}^2$ – ускорение силы тяжести на экваторе;

$q = \frac{ua^2}{g_e} = 0,00346775$ – отношение центробежной силы, обусловленной вращением Земли, к силе тяжести на экваторе;

$u = 15,0407 \text{ град} / \text{час}$ – угловая скорость вращения Земли.

В формулах (23.23) принято, что $\frac{h}{a} \approx e^2$, что соответствует высотам, характерным для авиационных объектов и беспилотных ЛА. Данные формулы могут быть упрощены, если в них сохранить, лишь члены порядка e^2 . Тогда

$$g_y \approx 0; \quad g_z = -g_e \left[1 - 2\frac{h}{a} + \frac{1}{2}(5q - e^2) \sin^2 \varphi \right].$$

На основании (23.16) и (23.18), получим следующую систему дифференцированных уравнений, определяющих φ, λ :

$$\dot{\varphi} = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \quad \dot{\lambda} = \frac{U_B}{(\rho_2 + h) \cos \varphi}. \quad (23.24)$$

Функции $\frac{1}{\rho_1 + h}$ и $\frac{1}{\rho_2 + h}$ с точностью до e^2 принимают вид:

$$\frac{1}{\rho_1 + h} \approx \frac{1}{a} \left[1 - e^2 - \frac{h}{a} - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right], \quad (23.25)$$

$$\frac{1}{\rho_2 + h} \approx \frac{1}{a} \left[1 - \frac{1}{a} - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right].$$

С учетом приведенных соотношений скалярный эквивалент векторной системы (23.12), позволяющий вычислять составляющие вектора скорости ЛА в географической системе координат, можно записать так:

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & (\omega_z + 2U_Z) & -(\omega_y + 2U_Y) \\ -(\omega_x + 2U_X) & 0 & \omega_x \\ (\omega_y + 2U_Y) & -\omega_x & 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U_E \\ U_N \\ U_Z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{vmatrix}, \quad (23.26)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – компоненты вектора угловой скорости географического базиса относительно Земли (23.18);

$U_Y \cdot U_Z$ – компоненты вектора угловой скорости Земли (23.16);

n_x, n_y, n_z – компоненты вектора кажущегося ускорения, измеренные акселерометрами;

g_x, g_y, g_z – компоненты вектора градиента нормального поля силы тяжести (23.23).

Входящие в выражение (23.18) радиусы кривизны земного эллипсоида могут быть вычислены через свои обратные функции по (23.25) или непосредственно по формулам

$$\rho_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}; \rho_2 = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi)}}, \quad (23.27)$$

где a – большая полуось эллипсоида Красовского;

e – первый эксцентриситет эллипсоида Красовского.

Проекции угловой скорости вращения географического базиса относительно Земли в географической системе координат с учетом (23.27) выразятся следующим образом

$$\omega_x = -\frac{U_C}{\rho_1 + h}; \omega_y = \frac{U_B}{\rho_2 + h}; \omega_z = \frac{U_B}{\rho_2 + h} \tan \varphi. \quad (23.28)$$

Проекции угловой скорости вращения Земли определены в соответствии с (23.16)

$$U_Y = U \cos \varphi; \quad U_Z = U \sin \varphi, \quad (23.29)$$

где $U = 7,292116 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ – модуль угловой скорости вращения Земли.

Алгоритм вычисления координат местоположения и высоты ЛА по направлению нормали до поверхности земного эллипсоида определяется уравнениями:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_x; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\omega_x}{\cos \varphi}; \quad \frac{dh}{dt} = U_Z. \quad (23.30)$$

Алгоритм вычисления проекции ускорения силы тяжести Земли с точностью до величины порядка e^4 :

$$g_y \approx 0; \quad g_N = -g_0 \sin(2\varphi) + \frac{5}{2}q \sin^2 \varphi \frac{h}{2} \left(\frac{e^2}{2} - 2q \right);$$

$$g_z = -g_0 \left[\begin{array}{l} 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{3}{2}q \sin^2 \varphi + e^4 \left(-\frac{1}{8} \sin^2 \varphi + \frac{1}{32} \sin^2(2\varphi) \right) + \\ + e^2 q \left(-\frac{17}{28} \sin^2 \varphi - \frac{5}{16} \sin^2(2\varphi) + \frac{h}{a} e^2 (3 \sin^2 \varphi - 1) + \right. \\ \left. \frac{hq}{a} (-1 - 6 \sin^2 \varphi) - \frac{2h}{a} + \frac{3h^2}{a^2} \right) \end{array} \right], \quad (23.31)$$

где q - отношение центробежной силы, возникающей вследствие вращения Земли, к силе тяжести по экватору ($q = 0,00346775$);

$$g_0 = 9,7849 \text{ м} / \text{с}^2.$$

Совокупность соотношений (23.26)...(23.31) представляет собой навигационный алгоритм БИНС алгоритм определения параметров ориентации.

Алгоритм ориентации служит для решения двух основных задач:

- ✓ определение взаимной ориентации ортогонального базиса, образованного измерительными осями акселерометров, и базиса, используемого в качестве навигационного (в нашем случае географического), а так же для пересчета показаний акселерометров в навигационный базис (1-я задача);
- ✓ определение угловых параметров ориентации – углов курса (рыскания), тангажа, крена (2-я задача).

Без решения первой задачи невозможно определение местоположения и скорости ЛА с помощью БИНС. В этом смысле этот алгоритм является ключевым в структуре БИНС. Решение второй задачи необходимо для управления ЛА и наведения его на цель в горизонтальной системе координат.

Алгоритм определения параметров ориентации БИНС

Алгоритм определения параметров БИНС можно представить в виде 4-х суб-алгоритмов:

1. Алгоритм определения начальной матрицы ориентации.

Здесь вычисляются начальные значения элементов матрицы направляющих косинусов, определяющей взаимное положение связанной с ЛА и геометрической системой координат. Алгоритмы используются при начальной выставке БИНС на Земле. Выставка осуществляется методом векторного согласования по измерениям двух неколлинеарных векторов измерительными элементами БИНС (акселерометрами, гироскопами) – вектора абсолютной угловой скорости вращения ЛА, равного угловой скорости вращения Земли U , и вектора ускорения свободного падения g .

2. Алгоритм вычисления матрицы взаимной ориентации базиса, связанного с ЛА и географического.

Этот алгоритм может быть построен несколькими существенно разными способами, выбор которых определяется особенностями гироскопов БИНС и спецификой конкретной навигационной задачи. Наиболее часто используются два способа.

1-ый способ базируется на решении матричного модифицированного уравнения вращения Пуассона:

$$\frac{dC}{dt} = - \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix} C + C \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (23.32)$$

где $\Omega_{x,y,z}$ – проекции абсолютной угловой скорости вращения географической системы координат, определяемые как:

$$\Omega_x = \omega_x, \quad \Omega_y = \omega_y + u_y, \quad \Omega_z = \omega_z + u_z, \quad (23.33)$$

$\Omega_{1,2,3}$ – абсолютные угловые скорости ЛА, измеряемые гироскопами, установленными жестко на его корпусе.

2-ой способ построения алгоритма ориентации базируется на использовании промежуточных параметров ориентации.

При создании БИНС наиболее часто в качестве таковых используются параметры Родрига-Гамильтона (кватернионы). Матрица пересчета из связанной в гео-

Лекция № 23. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы.

графическую систему координат получается путем перемножения двух матриц, из которых одна пересчитывается в связанных в инерциальные оси – вторая из инерциальных в географические. Каждая из двух матриц вычисляется на основе параметров Родрига-Гамильтона, которые в свою очередь определяются численным алгоритмом второго порядка, построенным на основе метода последовательных приближений Пикара:

$$C = B^T A,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 - 2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{pmatrix}. \quad (23.34)$$

$$\lambda_0^{(k+1)} = \lambda_0^{(k)} - \lambda_0^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_1^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_1^{(k+1)} = \lambda_1^{(k)} - \lambda_1^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_0^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_2^{(k+1)} = \lambda_2^{(k)} - \lambda_2^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_3^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

$$\lambda_3^{(k+1)} = \lambda_3^{(k)} - \lambda_3^{(k)} \cdot \frac{e}{8} - 0,5 \left(\lambda_2^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_z \right),$$

где $e = \Delta\beta_x^2 + \Delta\beta_y^2 + \Delta\beta_z^2$,

$$\Delta\beta_x = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_1 dt; \Delta\beta_y = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_2 dt; \Delta\beta_z = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_3 dt,$$

$\Delta\beta_x, \Delta\beta_y, \Delta\beta_z$ – приращения интегралов от проекций абсолютной угловой скорости поворота объекта на оси чувствительности гироскопов (показания гироскопов БИНС, измеряющих не проекции угловых скоростей, а приращение углов поворота вокруг своих осей чувствительности).

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} 1 - 2(\mu_2^2 + \mu_3^2) & 2(\mu_1\mu_2 - \mu_0\mu_3) & 2(\mu_1\mu_3 + \mu_0\mu_2) \\ 2(\mu_1\mu_2 + \mu_0\mu_3) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\mu_1\mu_3 - \mu_0\mu_2) & 2(\mu_2\mu_3 + \mu_0\mu_1) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_2^2) \end{vmatrix},$$

$$\mu_0^{(k+1)} = \mu_0^{(k)} - 0,5 \left(\mu_1^{(k)} \Omega_x + \mu_2^{(k)} \Omega_y + \mu_3^{(k)} \Omega_z \right) dt;$$

$$\mu_1^{(k+1)} = \mu_1^{(k)} - 0,5 \left(\mu_0^{(k)} \Omega_x + \mu_3^{(k)} \Omega_y + \mu_2^{(k)} \Omega_z \right) dt;$$

$$\mu_2^{(k+1)} = \mu_2^{(k)} - 0,5 \left(\mu_3^{(k)} \Omega_x + \mu_0^{(k)} \Omega_y + \mu_1^{(k)} \Omega_z \right) dt;$$

$$\mu_3^{(k+1)} = \mu_3^{(k)} - 0,5 \left(\mu_2^{(k)} \Omega_x + \mu_1^{(k)} \Omega_y + \mu_0^{(k)} \Omega_z \right) dt,$$

где Ω_x , Ω_y , Ω_z – проекции абсолютной угловой скорости географического базиса на его оси (23.33).

К преимуществам этого метода построения матрицы ориентации относится гарантированная ортогональность матрицы ориентации, вычисленной по соотношениям (23.34). Кроме этого практика показывает, что вычисление с использованием параметров Родрига-Гамильтона дает наименьшие вычислительные затраты по сравнению с другими методами при условии обеспечения одинаковых точностных характеристик. Вместе с тем, определение матрицы C через параметры Родрига-Гамильтона приводит к необходимости решения двух однотипных систем дифференциальных уравнений 4-го порядка каждая.

3. Алгоритм вычисления угловых параметров ориентации ЛА относительно географической системе координат (вычисление истинного курса ψ , крена γ , тангажа ϑ):

$$\vartheta = \arcsin(C_{31}) = \arccos\left(\sqrt{1 - C_{31}^2}\right),$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{-C_{33}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right) = \arccos\left(\frac{C_{32}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}}\right);$$

$$\psi = \arcsin \left(\frac{-C_{11}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}} \right) = \arccos \left(\frac{C_{21}}{\sqrt{1 - C_{31}^2}} \right), \quad (23.35)$$

где C_{ij} – элементы введенной выше матрицы C .

4. Алгоритмы пересчета сигналов, полученных с акселерометров в географическую систему координат для использования в навигационном алгоритме (23.26):

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}. \quad (23.36)$$

Приведенная совокупность соотношений (23.26)...(23.36) представляет собой замкнутую систему уравнений, параметров ориентации ЛА.

Совокупность любого из приведенных уравнений определения матрицы C и углов ψ , γ , ϑ образуют алгоритм ориентации БИНС. Выбор конкретного алгоритма определения матрицы C зависит от поставленной задачи и доступных ресурсов.

Алгоритм БИНС, работающий в инерциальной системе координат

В этом варианте БИНС определяются координаты в инерциальной системе координат $OXYZ$, ось OZ которой направлена по полярной оси в сторону северного полюса, а оси OX и OY располагаются в плоскости экватора. В этом случае для синтеза алгоритма БИНС целесообразно воспользоваться векторным уравнением (23.6), скалярный эквивалент которого имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dR_x}{dt} = V_x; \quad \frac{dV_x}{dt} = n_x + g_{zpx}, \\ \frac{dR_y}{dt} = V_y; \quad \frac{dV_y}{dt} = n_y + g_{zpy}, \\ \frac{dR_z}{dt} = V_z; \quad \frac{dV_z}{dt} = n_z + g_{zpz}, \end{aligned} \right\} \quad (23.37)$$

где R_x , R_y , R_z – координаты в выбранной инерциальной системе координат,

$n_x, n_y, n_z, g_{zpx}, g_{zpy}, g_{zpz}$ – проекции кажущегося и гравитационного ускорения на те же оси, причем

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} g_{zpx} \\ g_{zpy} \\ g_{zpz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{x\Gamma} \\ g_{y\Gamma} \\ g_{z\Gamma} \end{pmatrix},$$

где $g_{x\Gamma}, g_{y\Gamma}, g_{z\Gamma}$ – проекции вектора гравитационного ускорения на оси географического базиса, матрица A определяется, например, из решения уравнения Пуассона:

$$\frac{dA}{dt} = A[\Omega],$$

где $[\Omega]$ – матрица измеренных гироскопом угловых скоростей ЛА

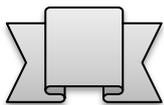
$$[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix},$$

а матрица B строится таким образом:

$$B = \begin{bmatrix} -\sin \Lambda & -\cos \Lambda \sin \Phi & \cos \Lambda \cos \Phi \\ \cos \Lambda & -\sin \Lambda \sin \Phi & \sin \Lambda \cos \Phi \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \end{bmatrix},$$

где $\Phi = \operatorname{arctg} \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$;

$$\Lambda = \operatorname{arcsin} \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}} = \operatorname{arccos} \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}.$$



Рассмотреть различные конфигурации БИНС, включающие различные типы датчиков и различное расположение их осей чувствительности относительно связанной системы координат.

Термины для занесения в тезаурус: БИНС, эллипсоид, эксцентриситета эллипсоида, меридиальное сечение эллипсоида.

Лекция № 23. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы.